

A photograph of the HEC Montréal building at dusk. The building is a modern, multi-story structure with a prominent glass facade and a blue-tinted upper section. The sky is a deep blue, and the building's lights are on, creating a warm glow. A street lamp is visible in the foreground, and a small sign with the HEC logo is on the left.

HEC MONTRÉAL

Modèles d'aide à la décision 4-600-04

Séance 1
Introduction à la modélisation
et
Analyse de décision

Plan

1.1 Introduction à la modélisation

1.2 Analyse de décision

1.2.1 Méthodes non probabilistes

1.2.2 Méthodes probabilistes

1.2.3 Problème multi-étapes

1.2.4 Détermination des probabilités a posteriori

1.1 Introduction

- La prise de décision est une composante importante de la carrière d'un gestionnaire
- Les ordinateurs peuvent être utilisés pour analyser les résultats associés à un ensemble de décisions.
- L'élaboration d'un modèle peut aider à la prise de décision.
- Dans ce cours, nous ferons un survol de plusieurs modèles quantitatifs d'aide à la décision.

1.1 Bénéfices liés à l'utilisation de modèles

- Version simplifiée de la réalité : plus facile à appréhender
- Analyse plus rapide
- Permet de faire des expériences difficiles (voire impossibles) à faire en réalité
- Aide à mieux connaître la situation à analyser

1.1 Composantes d'un modèle

ENTRÉE:

données

SORTIE:

résultats

Fixées par
modélisateur
(variables de
décision)

Déterminées par
environnement
(paramètres)

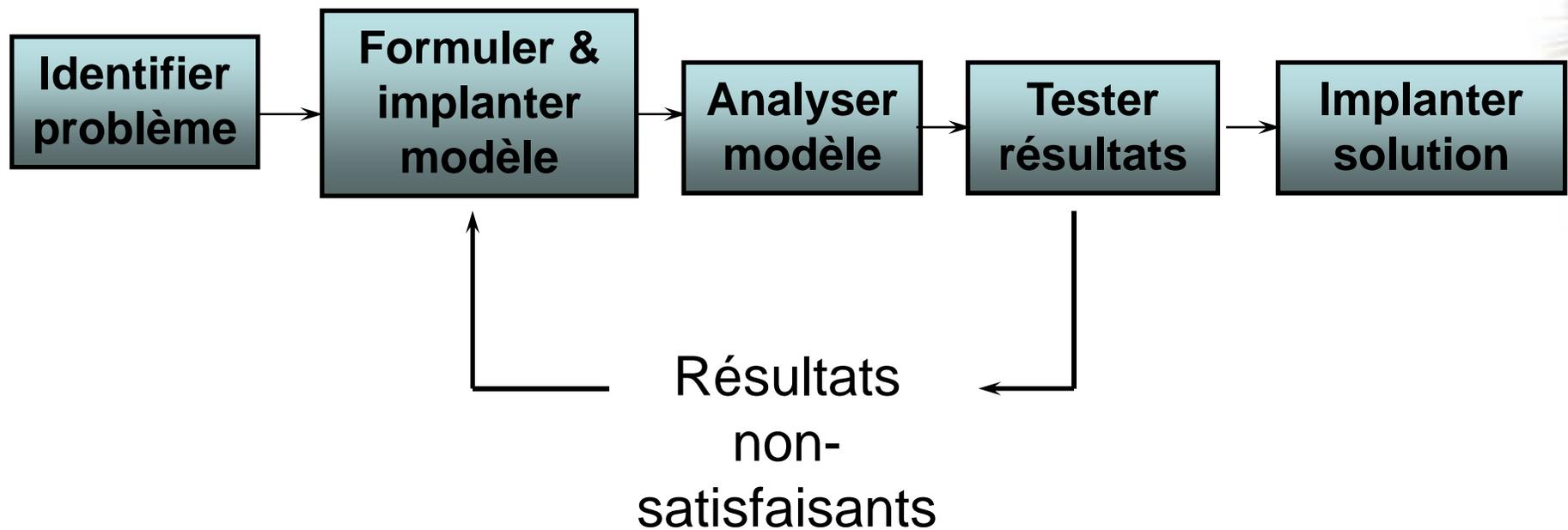
MODÈLE MATHÉMATIQUE

Mesure de performance
(fonction-objectif)

Variables de
conséquence

Relations mathématiques
décrivant la situation de gestion
et faisant le lien entre les
différentes composantes

1.1 Processus de décision



1.2 Grandes familles de modèles quantitatifs

- **Modèles descriptifs :**
 - Arbres de décision (séance 1)
 - Simulation de Monte-Carlo (séances 2, 3 et 12)
 - Inférence statistique (séance 4)
- **Modèles prédictifs :**
 - Régression linéaire (séance 5)
 - Séries chronologiques (séance 6)
- **Modèles prescriptifs :**
 - Optimisation linéaire et en nombres entiers (séances 8 et 9)
 - Optimisation dans les réseaux (séance 10)
 - Gestion de projets (séances 11 et 12)

1.2 Analyse de décision

- Modèle descriptif : aide les gestionnaires à obtenir une meilleure compréhension du problème.
- La prise de décision demeure souvent une tâche difficile en raison de :
 - Incertitude face aux événements futurs;
 - Valeurs ou objectifs contradictoires.

1.2 Caractéristiques des problèmes de décision

- Alternatives – différentes décisions possibles.
- Critères – facteurs importants pour le décideur et influencés par les décisions.
- États de la nature – événements futurs non-contrôlés par le décideur.

1.2 Exemple : choix d'un emplacement

- Hartsfield International Airport à Atlanta est un des aéroports les plus achalandés du monde.
- Il a été agrandi à plusieurs reprises pour prendre en compte l'augmentation du trafic aérien.
- L'agrandissement de l'aéroport est maintenant rendu impossible.
- On planifie donc de construire un autre aéroport en dehors des limites de la ville.
- Deux emplacements ont été identifiés mais la décision finale ne sera prise que dans un an.
- La chaîne d'hôtels Magnolia Inns entend construire un nouvel hôtel près du nouvel aéroport lorsque l'emplacement sera déterminé.

1.2 Exemple : choix d'un emplacement

- Les valeurs des terrains autour des deux sites potentiels pour le nouvel aéroport ont augmenté en raison de la spéculation des investisseurs face à l'augmentation substantielle des prix des terrains qui se retrouveront autour de l'aéroport.
- Voir les données sur [4600-1.2 Choix Emplacement-Data.xls](#)
- Magnolia doit décider dès maintenant du ou des terrains à acheter sans savoir où l'aéroport sera construit.

1.2 Exemple : choix d'un emplacement

Décisions possibles (alternatives) :

- 1) Acheter la parcelle de terrain près du site A.
- 2) Acheter la parcelle de terrain près du site B.
- 3) Acheter les deux parcelles.
- 4) Ne rien acheter.

États possibles de la nature :

- 1) Le nouvel aéroport est construit sur le site A.
- 2) Le nouvel aéroport est construit sur le site B.

1.2.1 Méthodes non-probabilistes

- Si l'état futur de la nature (ex : emplacement de l'aéroport) était connu, il serait facile de prendre la meilleure décision selon le critère du décideur.
- Étant donné l'incertitude, une série de règles non-probabilistes peuvent être appliquées :
 - Maximax
 - Maximin
 - Minimax regret
- Aucune règle de décision ne domine les autres dans toutes les situations et chacune a ses défauts.

1.2.1 Règle de décision du maximax

- Identifier le gain maximum pour chaque alternative.
- Choisir l'alternative ayant le gain maximum le plus élevé.
- Ex : voir [4600-1.2.1_Choix_Emplacement-Sol.xls](#)
- Défaut
 - Considérons la matrice de gains suivante :

Décision	État de la nature		MAX
	1	2	
A	30	-10000	30
B	29	29	29

1.2.1 Règle de décision du maximin

- Identifier le gain minimum pour chaque alternative.
- Choisir l'alternative ayant le gain minimum le plus élevé.
- Ex : voir [4600-1.2.1_Choix_Emplacement-Sol.xls](#)
- Défaut
 - Considérons la matrice de gain suivante :

Décision	État de la nature		MIN
	1	2	
A	1000	28	28
B	29	29	29

1.2.1 Règle de décision du minimax regret

- Calculer le regret pour chaque alternative sous chaque état de la nature.
- Identifier le regret maximum pour chaque alternative.
- Choisir l'alternative ayant le regret maximum le moins élevé.
- Ex : voir [4600-1.2.1 Choix Emplacement-Sol.xls](#)
- Défaut : l'ajout d'une décision peut faire renverser l'ordre de préférence entre les alternatives déjà considérées (voir Ragsdale, section 14.6.3).

1.2.2 Méthodes probabilistes

- Au moment présent, on peut assigner une probabilité associée à la réalisation de chaque état de la nature.
- Pour les problèmes de décision qui se réalisent plus d'une fois, on peut utiliser les données historiques pour estimer ces probabilités.
- Pour les problèmes de décision non répétitifs (tel que le problème de Magnolia Inns) où des données historiques sont inexistantes, des probabilités subjectives sont habituellement utilisées et sont basées sur l'opinion d'un ou de plusieurs experts.
- Nous allons nous attarder aux méthodes d'analyse de décision pouvant être utilisées lorsque les estimations de probabilité ont été obtenues.

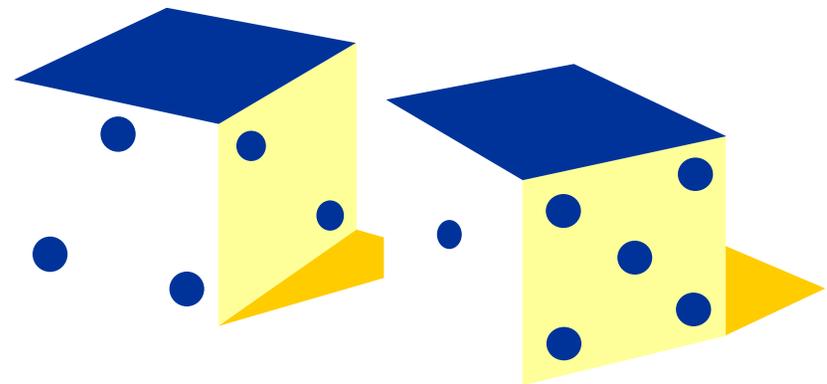
1.2.2 Rappel sur les probabilités

- Une probabilité est une mesure d'un événement incertain
- Cette mesure est appliquée à la vraisemblance de l'événement
- Un événement plus vraisemblable qu'un autre aura une probabilité plus élevée
- Conventionnellement, les probabilités prennent des valeurs entre 0 et 1

1.2.2 Les trois sortes de probabilités

1. Probabilité géométrique

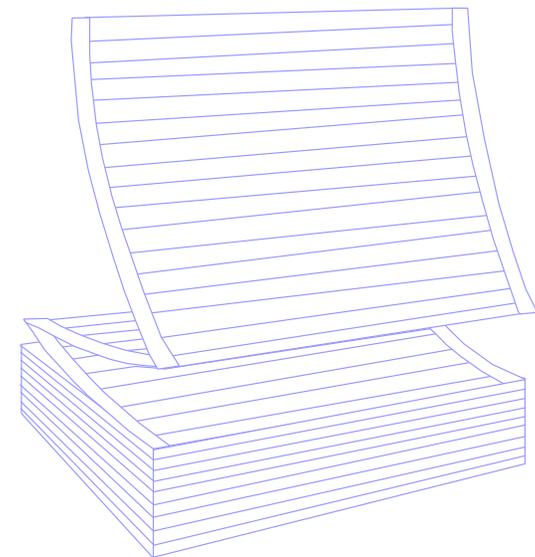
Deux dés honnêtes



1.2.2 Les trois sortes de probabilités

2. Limites de fréquences

Données statistiques



1.2.2 Les trois sortes de probabilités

3. Probabilité subjective

Conviction intime du décideur



1.2.2 Notation

- $P(A)$: Probabilité que A se réalise
- $P(B|A)$: Probabilité pour que B se réalise, étant donné que A s'est réalisé
- $P(A \cap B)$: Probabilité pour que A et B se réalisent tous deux
- $P(A \cup B)$: Probabilité pour que A ou B se réalise

1.2.2 Règle de la valeur espérée maximale

- Choisir l'alternative A_i avec la valeur espérée $V(A_i)$ maximale

$$V(A_i) = \sum_j g_{ij} \cdot P(E_j)$$

g_{ij} = gain associé à l'alternative A_i et l'état de la nature E_j

- $V(A_i)$ est la moyenne de gain que nous aurions obtenu si nous avons été confronté au même problème de décision une multitude de fois et que nous avons toujours choisi l'alternative A_i .
- Ex : voir [4600-1.2.2_Choix_Emplacement-Sol.xls](#)

1.2.2 Règle de la valeur espérée maximale

- La règle de VE maximale doit être utilisée avec précaution pour les problèmes de décision non répétitifs.
- Défaut : ne tient pas compte de la notion de risque
 - Considérons la matrice de gain suivante :

Décision	État de la nature		VE
	1	2	
A	15,000	-5,000	5,000
B	5,000	4,000	4,500
Probabilité	0.5	0.5	

Rem : La théorie de l'utilité permet d'incorporer la notion de risque dans le processus de prise de décision (voir section 14.15 de Ragsdale).

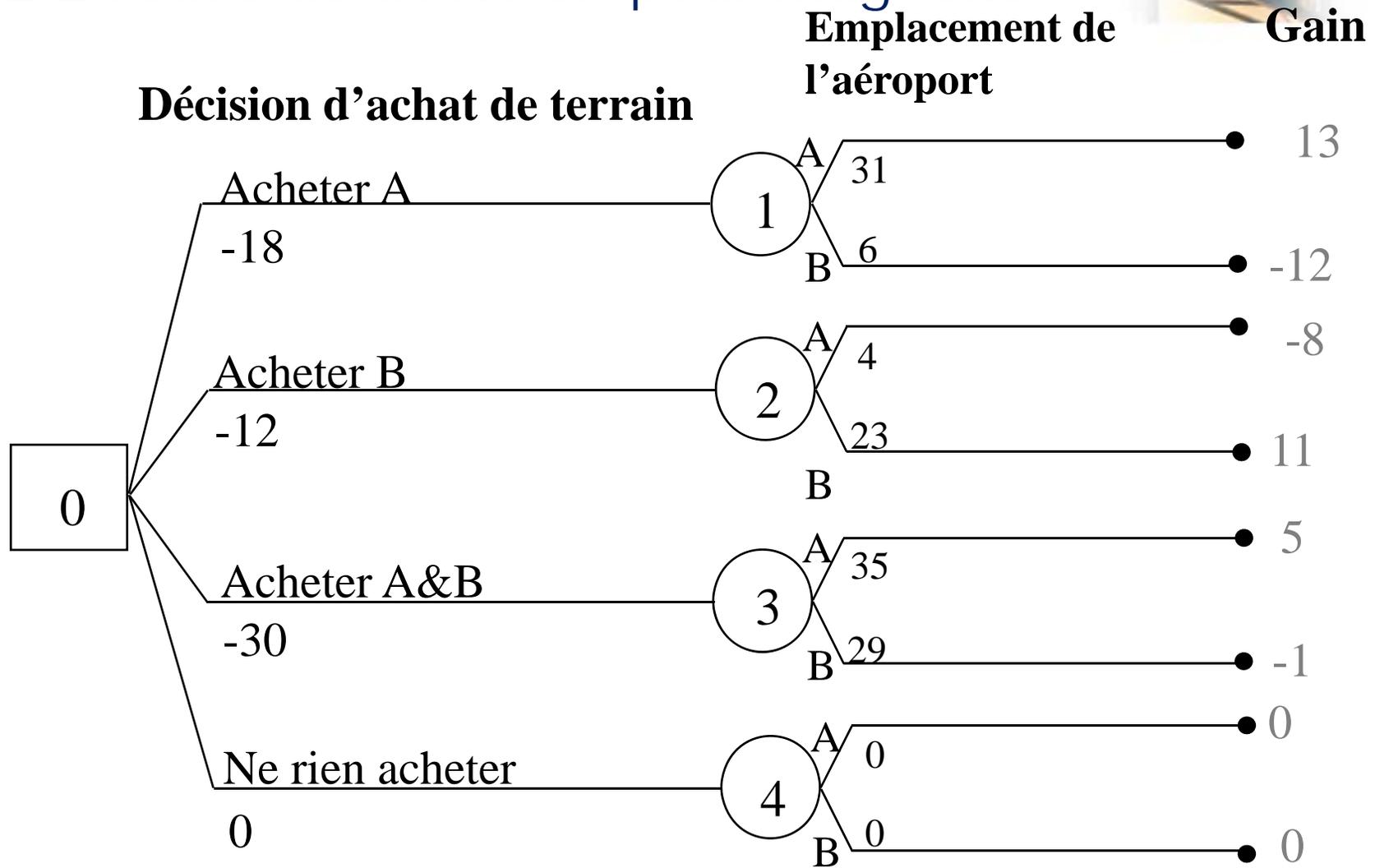
1.2.2 Valeur espérée de l'information parfaite

- Supposons qu'on puisse engager un consultant aujourd'hui qui nous dirait lequel des deux emplacements sera sélectionné pour l'aéroport. Quel est le prix de cette information?
- Si la réponse du consultant est A (Probabilité de 40%), notre décision sera d'acheter le terrain A et le gain sera de 13 millions.
- Si la réponse du consultant est B (probabilité = 60%), notre décision sera d'acheter le terrain B et le gain sera de 11 millions.
- L'espérance de nos gains est maintenant de $0,4 \cdot 13 + 0,6 \cdot 11 = 11,8$.
- L'espérance de nos gains était de 3,4 avant de connaître la réponse du consultant, elle passe maintenant à 11,8.
- La valeur espérée de cette information est donc de 8,4 millions... si cette information est fiable à 100%, i.e. parfaite!

1.2.2 Arbre de décision

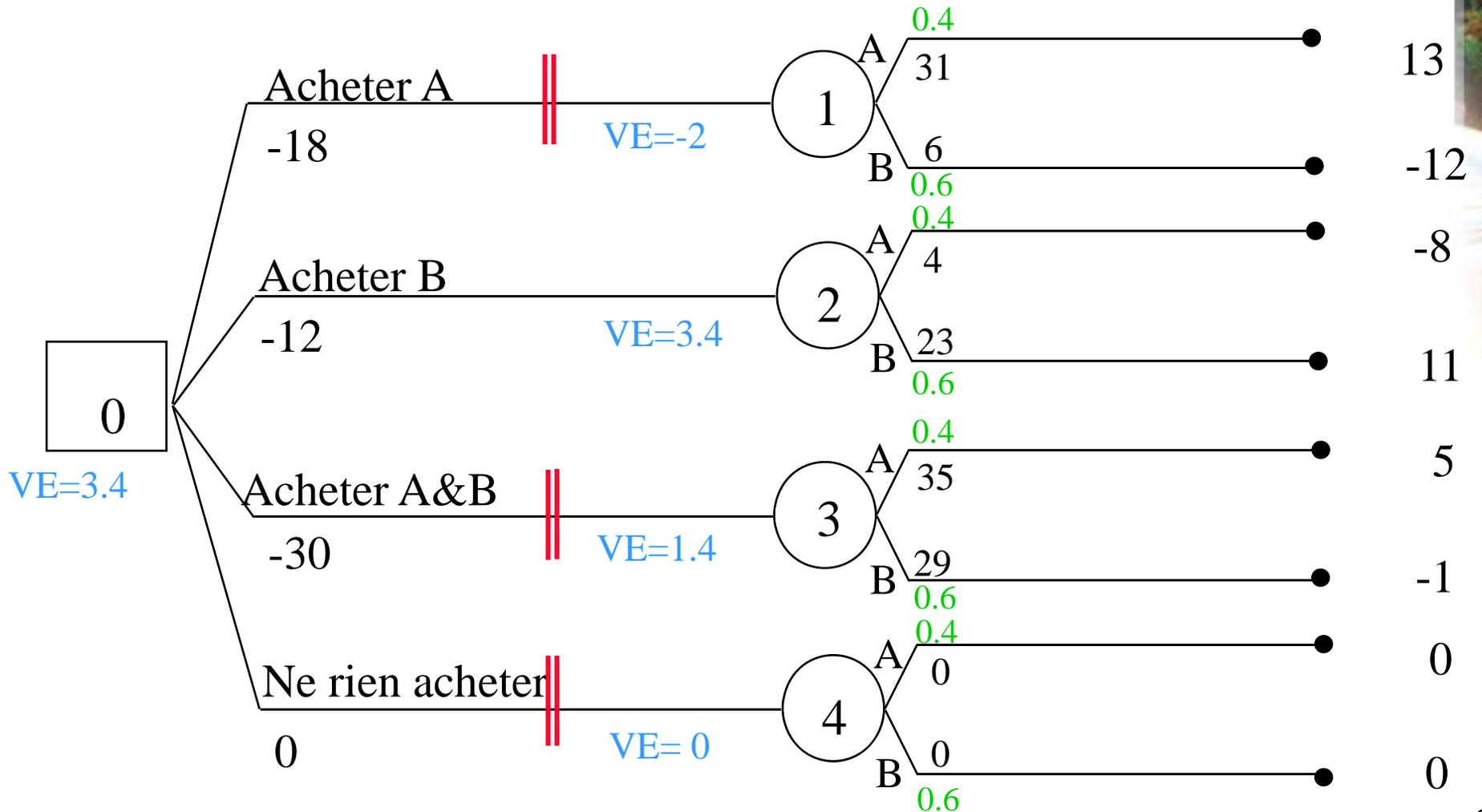
- On utilise souvent un arbre pour représenter un problème de décision.
- Dans un arbre de décision, les nœuds de décision (représentés par des carrés) représentent un choix parmi un nombre fini d'actions et les nœuds d'événement (représentés par des cercles) représentent l'incertitude quant aux résultats d'une expérience aléatoire.

1.2.2 Arbre de décision pour Magnolia

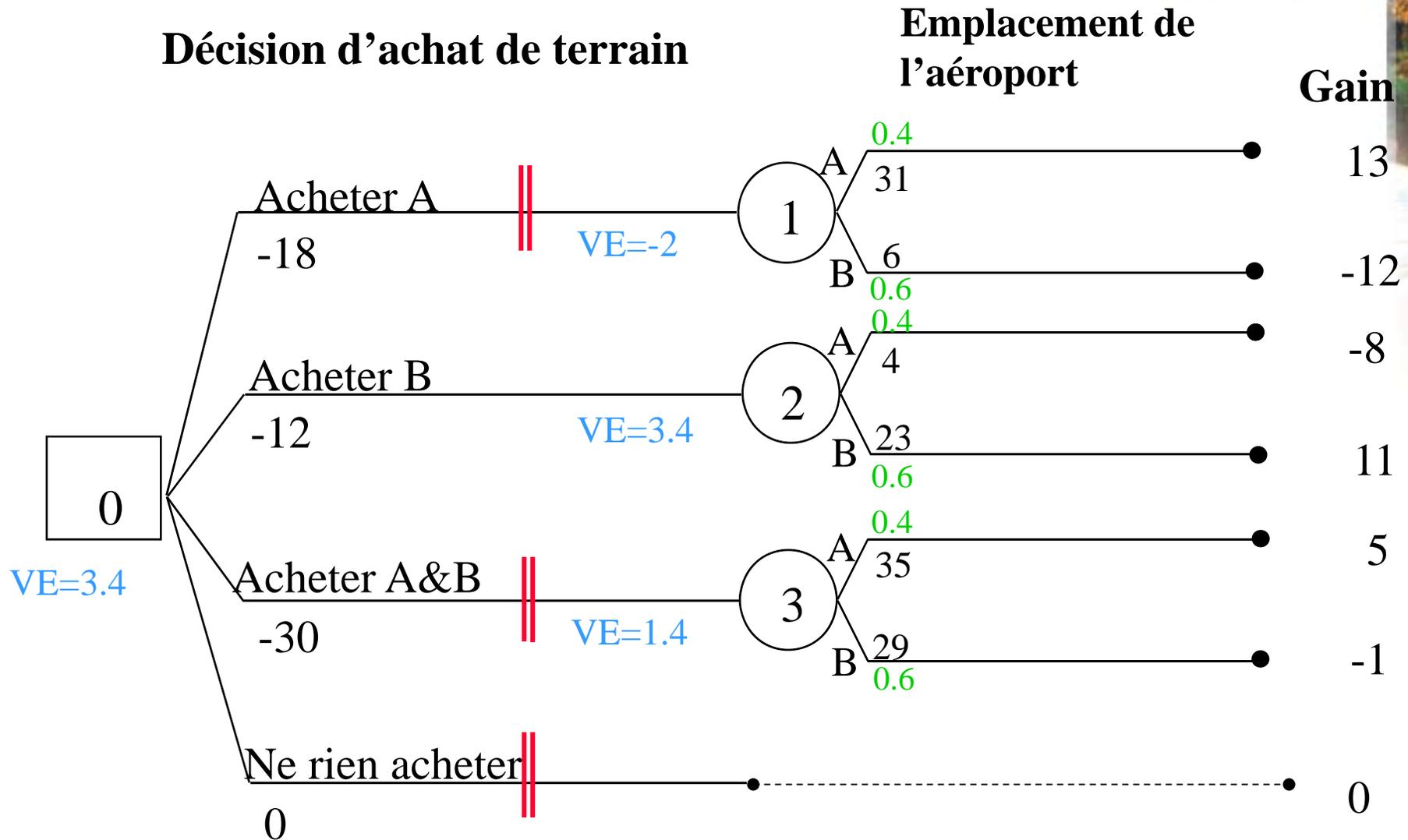


1.2.2 Arbre de décision pour Magnolia

Décision d'achat de terrain Emplacement de l'aéroport Gain



1.2.2 Arbre de décision pour Magnolia



1.2.2 Arbre de décision

- Résumé :
 - ❑ Identifier l'horizon et la date d'évaluation;
 - ❑ Identifier toutes les alternatives, immédiates ou futures; ne pas oublier les décisions «attendre, «chercher de l'information supplémentaire » ou «abandonner»;
 - ❑ Identifier tous les événements incertains affectant les conséquences ou donnant de l'information pour les décisions futures. S'assurer que les événements soient mutuellement exclusifs et exhaustifs;
 - ❑ Représenter les événements et les décisions de façon chronologique;
 - ❑ Évaluer les conséquences aux nœuds terminaux (feuilles).

1.2.2 Arbre de décision : les logiciels

- Macro développée à HEC : voir le site du cours où la macro Excel et son guide peuvent être téléchargés.
- Risk Solver Platform : voir la section 14.10 de Ragsdale.

1.2.3 Problème multi-étapes

- Plusieurs problèmes impliquent une série de décisions.
- Les problèmes de décisions multi-étapes peuvent être analysés avec un arbre de décision.

1.2.3 Exemple : décision de construction d'une usine de fabrication d'un nouveau produit

- Colonial Motors (CM) doit déterminer la taille de l'usine qu'elle doit construire pour la fabrication d'un nouveau modèle de voiture.
- Le coût de construction est de 25 M\$ pour une grande usine et de 15 M\$ pour une petite usine.
- CM estime à 70% les chances pour que la demande du nouveau modèle soit élevée et à 30% les chances pour qu'elle soit faible.
- Les gains (en M\$) sont donnés dans le tableau suivant (coûts de construction ne sont pas considérés):

	Demande	
Taille de l'usine	Élevée	Faible
Grande	175\$	95\$
Petite	125\$	105\$

1.2.3 Exemple : décision de construction d'une usine de fabrication d'un nouveau produit

- Supposons qu'on puisse demander à un consultant d'effectuer une étude de marché à un coût de 300 000\$ afin d'estimer avec plus de précision le niveau de la demande
- L'étude peut indiquer une réponse favorable ou défavorable envers le nouveau modèle de voiture selon les probabilités suivantes :

$$P(\text{réponse favorable}) = 2/3$$

$$P(\text{réponse défavorable}) = 1/3$$

1.2.3 Exemple : décision de construction d'une usine de fabrication d'un nouveau produit

- Une réponse favorable augmente la croyance de CM en une demande élevée du produit tandis qu'une réponse défavorable augmente la croyance de CM en une demande faible.
- Ce qui se traduit par les probabilités conditionnelles (proba. a posteriori) suivantes:

$$P(\text{demande élevée} | \text{réponse favorable}) = 0.9$$

$$P(\text{demande faible} | \text{réponse favorable}) = 0.1$$

$$P(\text{demande faible} | \text{réponse défavorable}) = 0.7$$

$$P(\text{demande élevée} | \text{réponse défavorable}) = 0.3$$

1.2.3 Exemple : décision de construction d'une usine de fabrication d'un nouveau produit

Premier niveau de décision :

- 1) Réaliser l'étude de marché
- 2) Ne pas réaliser l'étude de marché

Deuxième niveau de décision :

- 1) Construire une grande usine
- 2) Construire une petite usine
- 3) Ne rien construire

1.2.4 Détermination des probabilités a posteriori

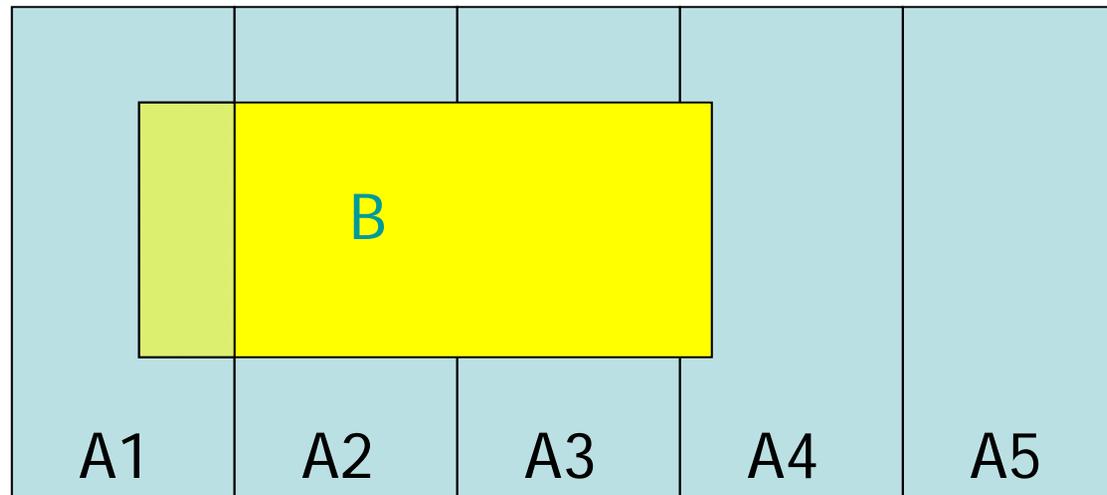
1.2.4.1 Calcul des probabilités a posteriori à l'aide des probabilités conjointes

- Retour à l'exemple de construction d'usine :

	Demande élevée	Demande faible	Total
Réponse favorable	0.600	0.067	0.667
Réponse défavorable	0.100	0.233	0.333
Total	0.700	0.300	1.000

1.2.4 Rappel sur les probabilités conditionnelles

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$



1.2.4 Calcul des probabilités a posteriori à l'aide des probabilités conjointes

	Demande élevée	Demande faible	Total
Réponse favorable	0.600	0.067	0.667
Réponse défavorable	0.100	0.233	0.333
Total	0.700	0.300	1.000

- On obtient alors les probabilités a posteriori voulues :

$$P(DE|RF) = \frac{P(DE \cap RF)}{P(RF)} = \frac{0.60}{0.667} = 0.90 \qquad P(DE|RD) = \frac{P(DE \cap RD)}{P(RD)} = \frac{0.10}{0.333} = 0.30$$

$$P(DF|RF) = \frac{P(DF \cap RF)}{P(RF)} = \frac{0.067}{0.667} = 0.10 \qquad P(DF|RD) = \frac{P(DF \cap RD)}{P(RD)} = \frac{0.233}{0.333} = 0.70$$

1.2.4.2 Calcul des probabilités a posteriori à l'aide du théorème de Bayes

- Retour à l'exemple :
 - On sait que, par le passé, 85.7% des fois où la demande était élevée, la réponse était favorable tandis que 77.7% des fois où la demande était faible, la réponse était défavorable.
- Le théorème de Bayes permet de calculer les probabilités a posteriori :
- Par exemple,

$$P(DE|RF) = \frac{P(RF|DE)P(DE)}{P(RF|DE)P(DE) + P(RF|DF)P(DF)} = \frac{(0.857)(0.70)}{(0.857)(0.70) + (0.223)(0.30)} = 0.90$$